**Теоретический материал**

* 1. **Определение определенного интеграла**

Определение. Определенным интегралом от функции f(x) на отрезке [a, b] называется предел ее интегральной суммы (если он существует).



Здесь: f(x) – подинтегральная функция;

f(x)dx – подинтегральное выражение;

a, b – пределы интегрирования: «а» - нижний, «b» - верхний.

Из формулы следует, что 

Это равенство выражает геометрический смысл определенного интеграла: определенный интеграл есть площадь криволинейной трапеции.

Вопрос о существовании интеграла, на первый взгляд, далеко не праздный: ведь есть множество способов разбиения отрезка [a, b] на части, есть множество способов выбирать точки εi и при этом будут получаться различные суммы. А вот пределы этих разных сумм должны быть одинаковыми – площадь-то одна!

И вообще имеет место **теорема о существовании определенного интеграла**: если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то определенный интеграл от нее на отрезке [a, b] существует и имеет единственное значение, не зависящее ни от разбиения отрезка [a, b] на части, ни от выбора точек.

* 1. **Формула Ньютона-Лейбница**

Чтобы получить формулу для вычисления определенного интеграла, еще раз поставим задачу о вычислении площади криволинейной трапеции.

y

М

А f(x) B

A1  М1 В1

0 a х b х

Рассмотрим криволинейную трапецию А1АВВ1. Возьмем некоторое значение xЄ[a, b]. Ясно, что площадь криволинейной трапеции А1АММ1 (заштрихованная на чертеже) зависит «х», т.е является функцией х. Обозначим эту функцию S(х). Очевидно, что S(a)=0, S(b)=S – площадь всей данной криволинейной трапеции.

Можно доказать (мы это делать не будем), что функция S(x) является первообразной для функции f(х), т.е S΄(x)=f(x)/

Пусть теперь F(x) тоже какая-нибудь первообразная для f(х), например . Но тогда по свойству первообразных S(x)=F(x)+C.

При х=а получим: S(a)=F(a)+C или 0=F(a)+C

Jnrelf C= - F(a)

Значит S(x)=F(x)-F(a). Положим здесь x=b: S(b)=F(b)-F(a) или S=F(b)-F(a), но  следовательно .

Это и есть формула Ньютона-Лейбница. Она говорит, что для вычисления определенного интеграла надо сначала найти функцию F(x) первообразную для подинтегральной функции; затем в нее подставить пределы интегрирования (верхний и нижний) и затем найти разность F(b)-F(a). Поэтому иногда формулу Ньютона-Лейбница записывают подробнее:



**Определение криволинейной трапеции**

* 1. **Дифференциальные уравнения**

Дифференциальным уравнением называется уравнение, связываю­щее между собой независимую переменную х, искомую функцию у и ее производные или дифференциалы.

Символически дифференциальное уравнение записывается в следующем виде:

F(x, у, у') = 0,

F(x, У, У") = 0,

F(x,y,y',y",...,yn) = 0.

Дифференциальное уравнение называется обыкновенным, если искомая функция зависит от одного независимого переменного.

Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной (или дифференциала), входящей в данное уравнение.

Решением (или интегралом) дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

Общим решением (или общим интегралом) дифференциальнойго уравнения называется такое решение, в которое входит столько независимых произвольных постоянных, каков порядок уравнения. Так, общее решение дифференциального уравнения первого порядка содержит одну произвольную постоянную.

Частным решением дифференциального уравнения называете решение, полученное из общего при различных числовых значениях произвольных постоянных. Значения произвольных постоянных находятся при определенных начальных значениях аргумента и функции.

График частного решения дифференциального уравнения на­зывается интегральной кривой. Общему решению дифференциаль­ного уравнения соответствует совокупность (семейство) всех ин­тегральных кривых.

Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение, в которое входят производные (или дифференциалы) не выше первого порядка.

Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными называется уравнение вида



Для решения этого уравнения нужно сначала разделить переменные

,

а затем проинтегрировать обе части полученного равенства:



Уравнение вида



где f(x) и φ(х) — функции от х, называется линейным дифференциальным уравнением первого порядка. В частном случае f(x) и φ(х) могут быть постоянными величинами. Это уравнение приводится к уравнению с разделяющимися переменными с помощью подстановки у = uz, где u и z — новые функции от х.

**Домашнее задание**

**В задачах 31-35** вычислить неопределенные интегралы, результат проверить дифференцированием.

* 1. а) ;

б) .

* 1. а) ;

б) .

* 1. а) ;

б) .

* 1. а) ;

б) .

* 1. а) ;

б) .

**Решение типового примера**

1. Найти неопределенные интегралы, результат проверить дифференцированием.

а) 

Проверка дифференцированием:



б) 

Применим подстановку

****

****

****

****

Проверка дифференцированием:

****

*Используемые формулы: *









Решение домашнего задания отправлять по адресу : irina\_trishenkova@mail.ru