**Суммирование последовательностей. Бесконечно**

**убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.**

<https://dl.bsu.by/mod/book/view.php?id=10178&chapterid=1279>

Пусть ***a***1, ***a***1***q*** , ***a***1***q***2, ...— бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Это означает, что | ***q*** |< 1. Сумма первых ***п*** членов  этой   прогрессии   равна



Из основных теорем о пределах переменных величин получаем:



Но      1 =  1,    a      ***qn*** = 0.   Поэтому



Итак, **сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна первому члену этой прогрести, деленному на единицу минус знаменатель этой прогрессии.**

Примеры.

1)  Сумма геометрической прогрессии 1, 1/3, 1/9, 1/27  ,    ...   равна



а сумма геометрической прогрессии  12; —6; 3; — 3/2,  ...    равна



2)   Простую периодическую дробь 0,454545  ... обратить в обыкновенную.

Для решения этой задачи представим данную дробь в виде бесконечной  суммы:



Правая часть этого равенства представляет собой сумму бесконечно убывающей  геометрической прогрессии, первый член которой равен 45/100, а знаменатель 1/100. Поэтому



Описанным способом может быть получено и общее правило обращения простых периодических дробей в обыкновенные (см. гл. II,  § 38):

***Для обращения простой периодической дроби в обыкновенную нужно поступить следующим образом: в числителе поставить период десятичной дроби, а в знаменателе — число, состоящее из девяток, взятых столько раз, сколько знаков в периоде десятичной дроби.***

3)  Смешанную  периодическую дробь 0,58333 .... обратить в обыкновенную.

Представим данную дробь в виде бесконечной суммы:



В правой части этого равенства все слагаемые, начиная с 3/1000,   образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, первый член которой равен  3/1000, а знаменатель 1/10. Поэтому



Описанным способом может быть получено и общее правило обращения смешанных периодических дробей в обыкновенные (см. гл. II, § 38). Мы сознательно не приводим его здесь. Запоминать это громоздкое правило нет необходимости. Гораздо полезнее знать, что любую смешанную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии и некоторого   числа. А формулу



для   суммы   бесконечно   убывающей  геометрической   прогрессии нужно,   конечно, помнить.

В качестве упражнения предлагаем вам, помимо приведенных ниже задач № 995—1000, еще раз обратиться к задаче  № 301 § 38 .

***Упражнения***

995.   Что называется суммой бесконечно убывающей геометрической  прогрессии?

996.   Найти  суммы бесконечно  убывающих     геометрических прогрессий:



997.   При каких значениях ***х*** прогрессия



является бесконечно убывающей? Найти сумму такой прогрессии.

998.   В  равносторонний  треугольник  со  стороной  ***а***   вписан посредством соединения середин его сторон новый   треугольник; в этот треугольник тем же способом вписан новый треугольник и так далее до бесконечности.

Найти:

а)  сумму периметров всех этих треугольников;

б)  сумму их  площадей.

999.   В  квадрат со стороной ***а*** вписан  путем соединения середин его сторон новый квадрат; в этот квадрат таким  же   образом вписан квадрат и так далее до бесконечности. Найти сумму периметров всех этих квадратов и сумму их площадей.

1000.   Составить бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, такую, чтобы сумма ее равнялась 25/4, а   сумма   квадратов ее членов равнялась 625/24.

ОТВЕТЫ



**Домашние задание: §3, №22, №24**

<https://rabochaya-tetrad-uchebnik.com/algebra/uchebnik_algebra_10-11_klass_alimov_kolyagin/index.html#prettyPhoto>

1. Математика: алгебра и начала математического анализа.10 -11 классы:учеб. Для общеобразрват. Организаций:базовый и углубленный уровни/Ш.А Алимов и др. – М.:Просвещение, 2019

задания для проверки присылайте на электронную почту: asd20022006@yandex.ru